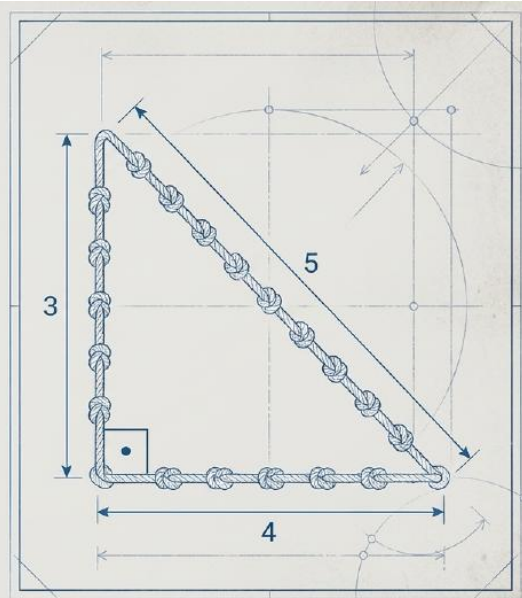




Η Γεωμετρία πριν από την Άλγεβρα: Το Σκοινί των 13 Κόμβων

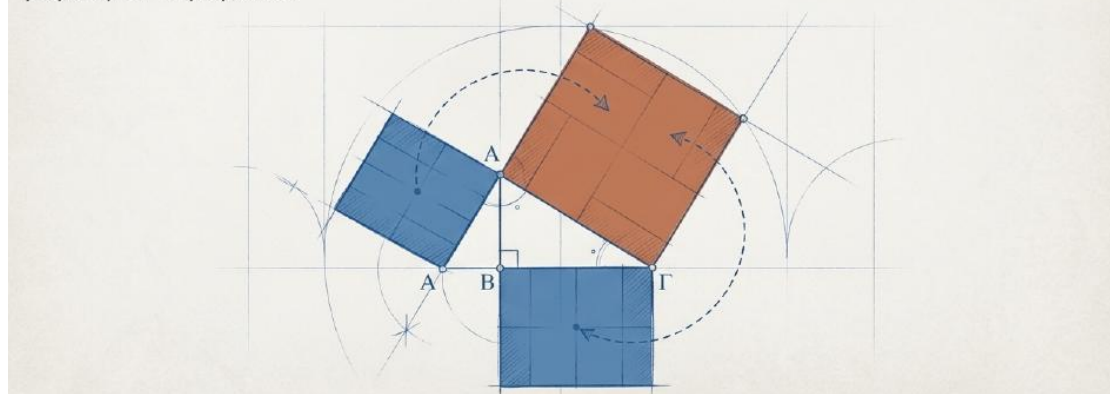


Πριν από τον Πυθαγόρα, οι αρχαίοι Αιγύπτιοι χρησιμοποιούσαν ένα φυσικό εργαλείο για να εγγυηθούν τέλειες ορθές γωνίες (90°) κατά την κατασκευή των πυραμίδων. Ένα τεντωμένο σκοινί με 13 κόμβους σε ίσες αποστάσεις σχηματίζει ακριβώς 12 τμήματα, τα οποία δημιουργούν ένα τέλειο ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές 3, 4 και 5.

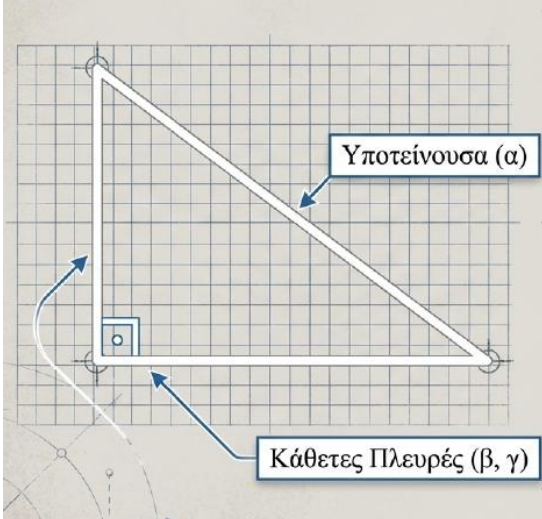


Το Θεώρημα Αφορά Εμβαδά, Όχι Απλώς Γραμμές

Η βαθύτερη διαίσθηση του Πυθαγόρειου θεωρήματος κρύβεται στην έννοια της επιφάνειας. Δεν συγκρίνει απλώς τα μήκη των πλευρών, αλλά αποδεικνύει ότι το εμβαδόν του μεγάλου τετραγώνου που σχηματίζεται στην υποτείνουσα είναι ακριβώς ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο μικρότερων τετραγώνων.



Η Επίσημη Διατύπωση και ο Τύπος



$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

«Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.»

Η Παγκόσμια Αλήθεια των 365 Αποδείξεων

Αν και αποδίδεται στον Πυθαγόρα—ο οποίος, σύμφωνα με τον μύθο, θυσίασε 100 βόδια (για «εκατόμβη») από ευγνωμοσύνη στους θεούς για την ανακάλυψή του—**το θεώρημα** αποτελεί μια παγκόσμια μαθηματική αλήθεια. Το 1940, ο μαθηματικός Elisha Scott Loomis εξέδωσε ένα βιβλίο συγκεντρώνοντας 365 διαφορετικές αποδείξεις της ίδιας θεωρίας, επισημασμένες από κορυφαίους επιστήμονες έως και Προέδρους των ΗΠΑ.



Πυθαγόρας (5^{ος} π.Χ. αι.)

Leonardo da Vinci (15^{ος} μ.Χ. αι.)

James Garfield (19^{ος} μ.Χ. αι.)

Υπολογισμός της Υποτείνουσας σε Πρακτικά Προβλήματα

[Δεδομένα]

Γνωρίζουμε τις κάθετες αποστάσεις: 15 km και 8 km. Ζητείται η ευθεία απόσταση (υποτείνουσα).

[Εξίσωση]

Εφαρμογή τύπου:
 $15^2 + 8^2 = \alpha^2$;
 $225 + 64 = \alpha^2$;
 $289 = \alpha^2$

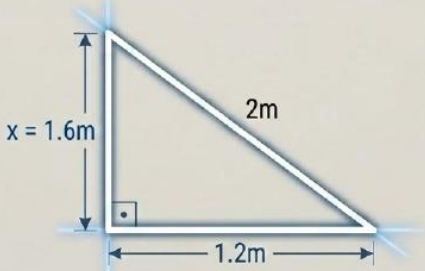
[Λύση]

$$\alpha = \sqrt{289} = 17 \text{ km.}$$



Υπολογισμός Κάθετης Πλευράς (Η Αλγεβρική Αναστροφή)

[Δεδομένα]	[Εξίσωση]	[Λύση]
Γνωρίζουμε την υποτείνουσα (2m) και μία κάθετη (1.2m). Ζητείται η άλλη κάθετη (x).	$x^2 + 1.2^2 = 2^2$ $x^2 + 1.44 = 4$ Εδώ αφαιρούμε: $x^2 = 4 - 1.44$	$x^2 = 2.56$ $x = 1.6 \text{ m.}$



Το Αντίστροφο Θεώρημα: Επαλήθευση της Ορθής Γωνίας



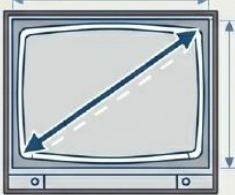
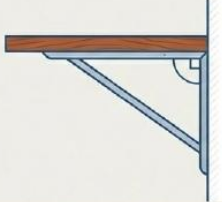
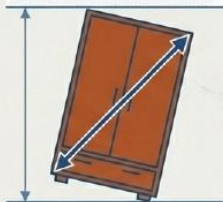
«Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.»

Αν τα μαθηματικά επαληθεύονται, η γεωμετρία ακολουθεί.

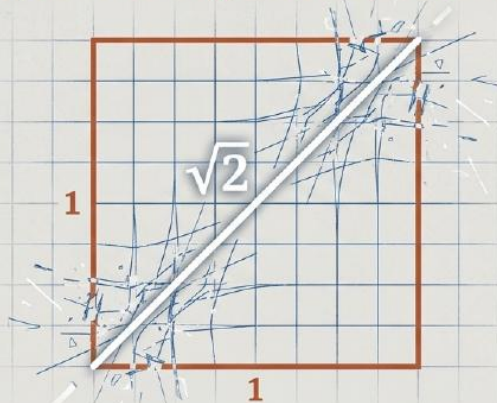
Διαγνωστικός Πίνακας: Ευθύ vs. Αντίστροφο Θεώρημα

Το Ευθύ Θεώρημα	Το Αντίστροφο Θεώρημα
Δεδομένο: Υπάρχει μία γωνία 90° .	Δεδομένο: Γνωρίζουμε τα μήκη και των τριών πλευρών.
Ζητούμενο: Εύρεση του μήκους μιας άγνωστης πλευράς.	Ζητούμενο: Απόδειξη ότι μια γωνία είναι ακριβώς 90° .
Εφαρμογή: Μέτρηση αποστάσεων, αρχιτεκτονικός σχεδιασμός.	Εφαρμογή: Έλεγχος κατασκευών (π.χ. αν ένα ράφι ή θεμέλιο είναι απόλυτα ίσιο).

Η Γεωμετρία στην Πραγματική Ζωή

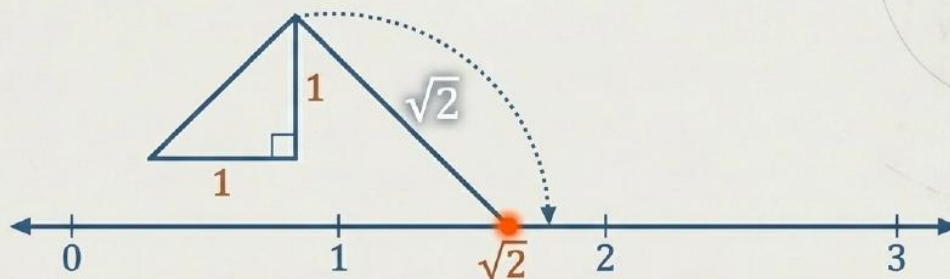
Η Οθόνη	Το Ράφι	Το Ντουλάπι
		
Υπολογισμός διαστάσεων τηλεόρασης με διαγώνιο 30 ιντσών βάσει δεδομένου λόγου (αναλογίας οθόνης).	Χρήση του Αντίστροφου Θεωρήματος για να ελεγχθεί αν ένα μεταλλικό στήριγμα εξασφαλίζει απόλυτα οριζόντιο ράφι.	Υπολογισμός της διαγωνίου ενός επίπλου για να διαπιστωθεί αν μπορεί να σηκωθεί όρθιο χωρίς να χτυπήσει στο ταβάνι (ύψους 2.2m).

Η Πρώτη Κρίση των Μαθηματικών: Ο Ίππασος και το $\sqrt{2}$



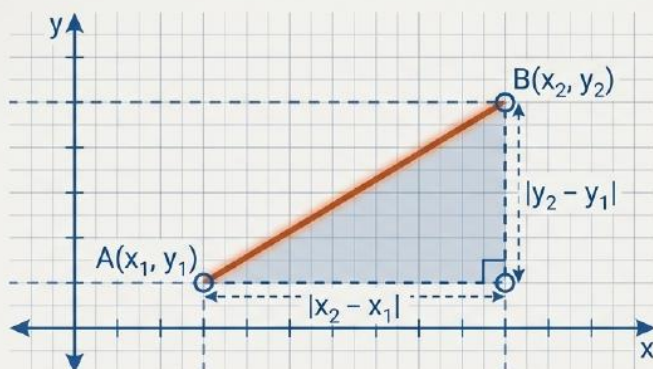
Οι Πυθαγόρειοι πίστευαν ότι τα πάντα στο σύμπαν μπορούσαν να εκφραστούν ως **λόγος ακεραίων αριθμών**. Όμως, εφαρμόζοντας το ίδιο τους το **θεώρημα** σε ένα απλό τετράγωνο με πλευρές 1×1 , προέκυψε $x^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow x = \sqrt{2}$. Η ανακάλυψη ενός αριθμού με **άπειρα δεκαδικά ψηφία χωρίς μοτίβο**—του πρώτου «**άρρητου**» αριθμού—γκρέμισε την κοσμοθεωρία τους.

Εντοπίζοντας το Άπειρο στην Ευθεία των Αριθμών



Πώς οπτικοποιούμε έναν αριθμό που δεν τελειώνει ποτέ; Μέσω του Πυθαγόρειου θεωρήματος, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα φυσικό ευθύγραμμο τμήμα μήκους ακριβώς $\sqrt{2}$. Περιστρέφοντας αυτή την υποτείνουσα προς τα κάτω, την αποτυπώνουμε με απόλυτη ακρίβεια στην ευθεία των πραγματικών αριθμών, αποδεικνύοντας την υλική της ύπαρξη.

Προέκταση: Η Μηχανή της Αναλυτικής Γεωμετρίας



Το **Πυθαγόρειο Θεώρημα** δεν αφορά μόνο τα σχήματα—είναι ο πυρήνας της σύγχρονης **αναλυτικής γεωμετρίας**. Η **απόσταση** μεταξύ οποιωνδήποτε δύο σημείων σε ένα επίπεδο συντεταγμένων είναι απλώς η **υποτείνουσα** ενός ορθογώνιου τριγώνου: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Το Απόλυτο Συνδετικό Θεμέλιο των Μαθηματικών



Το θεώρημα είναι πολλά περισσότερα από ένας τύπος για τρίγωνα. Είναι ο **θεμελιώδης δεσμός** που ενώνει τη φυσική διάσταση του χώρου (**Γεωμετρία**), την αναλυτική γλώσσα των αριθμών (**Άλγεβρα**) και την έννοια του **ααπειρου** (**Άρρητοι Αριθμοί**).

Σύνοψη: Η Κληρονομιά του Θεωρήματος



Ο Τύπος

$a^2 = b^2 + c^2$. Το εμβαδόν της υποτείνουσας ισούται με το άθροισμα των εμβαδών των κάθετων πλευρών.



Το Αντίστροφο

Το απόλυτο εργαλείο για την επαλήθευση ορθών γωνιών στον φυσικό κόσμο.

3-4-5



Η Εξέλιξη

Η γέφυρα από την πρακτική των αρχαίων Αιγυπτίων, στην ανακάλυψη των άρρητων αριθμών, μέχρι τον πυρήνα της σύγχρονης συντεταγμένης γεωμετρίας.